REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL. 38, No. 2, 2006

NUEVAS FORMULACIONES MATEMÁTICAS de la ENERGÍA CINÉTICA, la ENERGÍA POTENCIAL y la CANTIDAD de MOVIMIENTO

Heber Gabriel Pico Jiménez MD[1,♦]
[1]*Medico Cirujano*
heberpico@telecom.com.co
[2]*Calle 13 No.10-40 Cereté, Córdoba, Colombia*
(Recibido 24 de Julio 2009; Aceptado xx de Nov.200x; Publicado xx de Dic. 200x)

RESUMEN

Este trabajo sostiene y propone una nueva descripción matemática de la Energía Cinética, energía potencial y la cantidad de movimiento, deducidas a partir de la Relatividad Especial pero modificada sin contradicción a través de la inclusión de la Masa gravitacional aparente en su relación clásica de Energía-Momento. Lo más interesante de estas formulaciones es que al parecer, pueden ser aplicables al estudio del movimiento de todo tipo de partícula, tratando de unificar los mecanismos matemáticos necesarios para todas las partículas incluso las cuánticas.

Palabras claves: Cantidad de Movimiento, Energía Cinética, Energía Potencial, Relatividad Especial, Masa Inercial Aparente, Masa Gravitatoria Aparente, Masa como Vector, Energía como Vector.

ABSTRACT

This work supports and proposes a new mathematical the kinetic energy, potential energy and the amount of movement, deducted from special relativity but modified description without contradiction through the inclusion of the apparent gravitational mass in its classic Energía-Momento relationship. The most interesting of these formulations is that reportedly may apply to the study of the movement of all kinds of particle, trying to unify the mathematical mechanisms needed for all particles even the quantum.

Key Words: Amount of movement, kinetic energy, energy potential, special relativity, apparent inertial mass, apparent gravitational mass, mass as vector, energy as vector.

1. Introducción

En esta introducción queremos demostrar de como es posible hacer la deducción de la conocida ecuación de la relatividad Especial, sin la necesidad de usar las matrices ni tensores.

Un cuadrivector es la representación matemática en forma de vector de cuatro dimensiones de una magnitud vectorial en teoría de la relatividad. Los trabajos de Lorentz, Poincaré, Einstein y Minkowski sobre el electromagnetismo clásico llevaron a la idea de que no es posible definir un tiempo absoluto que transcurre de manera idéntica para todos los observadores con independencia de su estado de movimiento. La no existencia de un tiempo absoluto, requería que existiera

♦ Email: ***heberpico@telecom.com.co***

una medida de tiempo para cada observador. Así el conjunto de eventos (puntos del espacio-tiempo) llevaban de manera natural a definir vectores de cuatro dimensiones:

$$E = (ct, x, y, z) \quad (1)$$

Donde las cuatro componentes anteriores representan a las tres coordenadas espaciales del sitio en el cual ocurre algo y el instante en que sucede. Pues *c* es simplemente la velocidad de la luz que aparece multiplicada por el tiempo propio del evento, para traducir el tiempo relativo de un observador.

La relatividad especial usa tensores y cuadrivectores para representar un espacio pseudo-euclídeo. Este espacio, sin embargo, es similar al espacio euclídeo tridimensional en muchos aspectos y es relativamente fácil trabajar en él. El tensor métrico que da la distancia elemental (*ds*) en un espacio Euclídeo se define como:

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 \quad (2)$$

Donde *dx, dy, dz* son diferenciales de las tres coordenadas cartesianas espaciales y *ds* es el diferencial resultante.

En la geometría de la relatividad especial, para mostrar el carácter pseudoeuclídeo de la geometría espacio-temporal, se añade una cuarta dimensión de luz contraída dada en el producto *jcdt*, donde *t* es el tiempo, *c* la velocidad de la luz y *j* la unidad de contracción. Siendo además consecuente con esa cuarta dimensión que se agrega en el planteo de este artículo, se le debe considerar siempre en sentido ortogonal a la dirección resultante de las tres coordenadas cartesianas espaciales. El cuadrivector resultante es la diferencial del espacio luz y queda el intervalo relativista, en forma diferencial, de la siguiente manera:

$$(dc)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 + (jcdt)^2 \quad (3)$$

Donde *dc* es el diferencial del espacio luz o cuadrivector, *dx, dy, dz* son los diferenciales de las tres coordenadas cartesianas espaciales y *jcdt* es el cuarto vector añadido.

De la misma manera que la velocidad en mecánica newtoniana es la derivada temporal de la posición respecto al tiempo, en la teoría especial de la relatividad la cuadrivelocidad es la derivada temporal del cuadrivector posición respecto al tiempo propio de la partícula. La cuadrivelocidad es una magnitud vectorial asociada al movimiento de una partícula, usada en el contexto de la teoría de la relatividad, que es también tangente a la trayectoria de dicha partícula a través del espacio-tiempo cuatridimiensional. Por esto, partiendo de la anterior ecuación número tres (3) y trasladando términos equivalentes obtenemos la cuadrivelocidad de la siguiente manera:

$$\left(\frac{dc}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + (jc)^2 \quad (4)$$

$$(c)^2 = (v_x)^2 + (v_y)^2 + (v_z)^2 + (jc)^2 \quad (5)$$

En la anterior ecuación número cinco (5) de la cuadrivelocidad, se puede observar todavía el producto *jc* que aun perdura justamente en la cuarta dimensión inicialmente añadida. Esa unidad *j* de contracción o coeficiente de contracción es precisamente el elemento matemático que aporta el substrato fijo de la relatividad general, que aparece de manera relacional entre dos acontecimientos del espacio tiempo ya que el vacío es dependiente de la trayectoria del observador en el espacio tiempo. Exactamente, *j* es igual al cociente de la relación entre la masa gravitacional aparente y la masa propia e invariante de una partícula que se mueve con respecto a un observador además esa misma unidad de contracción *j*, es igual a la contracción de Lorentz tal como se describe en la siguiente relación:

$$j = \frac{m_o}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (6)$$

Donde j es el coeficiente de contracción, m_o es la masa gravitacional aparente y m es la masa propia e invariante de la partícula.

Podemos tomar cualquiera de los dos valores equivalentes de *j* expresados en la anterior relación seis para remplazarlo en la ecuación número cinco de este trabajo, ya sea que utilicemos la relación entre las masas gravitacional e invariante o, tomemos la contracción de Lorentz como al parecer fue la opción y camino que siguieron los cálculos de Einstein tal como se expresa en las siguientes relaciones:

$$(c)^2 = (v_x)^2 + (v_y)^2 + (v_z)^2 + \left(c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \quad (7)$$

$$(c)^2 = (v)^2 + \left(c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \quad (7)$$

Remplazando y trasladando matemáticamente la contracción de Lorentz en toda la ecuación, nos queda la anterior relación número siete de la siguiente manera:

$$\left(\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 = \left(\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 + c^2 \quad (8)$$

Aquí es el momento cuando Einstein involucra la masa a través de utilizar la definición de cantidad de movimiento de Newton, ya que toda la relación anterior es multiplicada por la masa invariante m, quedando la relación número seis de la siguiente manera:

$$\left(\frac{mc}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 = \left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 + (mc)^2 \quad (9)$$

$$\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 = \left(\frac{mvc}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 + (mc^2)^2 \quad (10)$$

Entonces se distingue el concepto de masa inercial aparente o llamada también masa relativista de la siguiente manera:

$$m_i = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (11)$$

Donde m_i es la masa inercial aparente o masa relativista, m es la masa invariante y la reconocida contracción de Lorentz.

$$\left(m_i c^2\right)^2 = \left(m_i v c\right)^2 + \left(m c^2\right)^2 \quad (12)$$

Esta relación anterior nos lleva finalmente a la famosa ecuación conocida de la relatividad especial:

$$\left(E\right)^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (13)$$

2. Desarrollo del Tema.

Retomamos la ecuación número cinco de este artículo para a partir de ella desarrollar este trabajo. La traemos a colación como la siguiente relación cinco:

$$\left(c\right)^2 = \left(v_x\right)^2 + \left(v_y\right)^2 + \left(v_z\right)^2 + \left(jc\right)^2 \quad (5)$$

A diferencia de Einstein en la relatividad especial, no vamos a remplazar a j por la contracción de Lorentz en la anterior ecuación cinco, sino por el respectivo coeficiente de contracción de masa identificado arriba en la siguiente relación seis:

$$j = \frac{m_o}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (6)$$

Remplazamos totalmente a j por el coeficiente de contracción resultante entre la masa m_o, que es la masa gravitacional aparente y la masa m que sigue siendo como en la relatividad de Einstein la misma masa invariante y propia de la partícula y vemos, como surge de manera natural la cantidad de movimiento en la siguiente relación:

$$\left(c\right)^2 = \left(v_x\right)^2 + \left(v_y\right)^2 + \left(v_z\right)^2 + \left(\frac{m_o}{m} c\right)^2 \quad (14)$$

Trasladando términos y equivalencias encontramos la siguiente expresión:

$$\left(mc\right)^2 = \left(mv\right)^2 + \left(m_o c\right)^2 \quad (15)$$

Donde m es la masa invariante, m_o es la masa gravitacional aparente, v es la velocidad de la partícula con respecto al observador y c es la velocidad de la luz.

$$\left(m\right)^2 = \left(m \frac{v}{c}\right)^2 + \left(m_o\right)^2 \quad (16)$$

Donde m es la masa invariante, m_o es la masa gravitacional aparente y $m\frac{v}{c}$ es la nueva masa inercial aparente o relativista de Einstein.

$$m\frac{v}{c} = masa\ \ inercial\ aparente \qquad m_o = masa\ \ gravitacional\ aparente$$

$$m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = masa\ \ gravitacional\ aparente = m_o$$

Donde m es la masa invariante y propia de la partícula y m_o es la masa gravitacional aparente.

Cuando la velocidad de la partícula alcanza la velocidad de la luz desaparece la masa gravitacional aparente y lo contrario, cuando la velocidad relativa de la partícula es nula, entonces desaparece es la masa inercial aparente. Es decir que las cantidades de movimiento son con respecto a la masa inercial aparente como se expresa en la siguiente relación:

$$(mc)^2 = \left(m\frac{v}{c}v\right)^2 + (m_o c)^2 \quad (17)$$

$$(mc)^2 = \left(m\frac{v^2}{c}\right)^2 + (m_o c)^2 \quad (17)$$

$$(mc^2)^2 = (mv^2)^2 + (m_o c^2)^2 \quad (18)$$

Vemos como surge una nueva formulación matemática de la cantidad de movimiento y la energía cinética, que se puede considerar asimismo, una cantidad de movimiento también relativista.

$$Cantidad\ \ de\ \ Movimiento = m\frac{v}{c}v = m_i v = \frac{mv^2}{c}$$

Donde m es la masa invariante, m_i es la masa inercial aparente, v es la velocidad de la partícula con respecto al observador y c es la velocidad de la luz.

También se puede ver como surge una nueva formulación de la energía cinética, tal como se expresa en la siguiente relación:

$$(mc^2)^2 = (mv^2)^2 + (m_o c^2)^2 \quad (18)$$

$$(E_t)^2 = (E_c)^2 + (E_p)^2 \quad (19)$$

Donde E_t es la energía total de la partícula, E_c es la energía cinética de la partícula y E_p es la energía potencial de la misma partícula para ese observador.

3. Conclusiones.

A)-La masa inercial aparente de una partícula varía directamente proporcional con respecto a la velocidad de dicha partícula.

B)-Llama la atención que esta formula de cantidad de movimiento que se propone en este trabajo, se le pueda aplicar a cualquier partícula, desde un fotón hasta un planeta.

C)-La formulación matemática de cantidad de movimiento que se propone en este artículo, comienza sus valores desde cero, hasta llegar máximo a la cantidad de movimiento clásico de Newton. Mientras que la cantidad de movimiento de la relatividad de Einstein parte desde el valor clásico de Newton hasta el infinito.

$$Cantidad\ de\ Movimiento = \frac{E_c}{c} = \frac{mv^2}{c}$$

D)-La nueva formulación matemática de la Energía cinética es la siguiente:

$$Energía\ Cinética = E_c = mv^2$$

E)-La formulación integral de la Energía Cinética y la Energía Potencial con respecto a un observador es la siguiente:

$$(E_t)^2 = (E_c)^2 + (E_p)^2$$

F)-Este trabajo se puede presentar también como una demostración del carácter vectorial de la masa y la Energía.

4. REFERENCIAS DEL PRESENTE ARTÍCULO.

[1]http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/concepto-masa-gravitacional-relatividad-especial/concepto-masa-gravitacional-relatividad-especial.pdf

[2] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/masa-gravitacional-aparente

[3] *Hawking, Stephen; and Ellis, G. F. R. (1973). The Large Scale Structure of Space-Time. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 0-521-09906-4.*

[4] Misner, Thorne and Wheeler, *Gravitation*, Freeman, (1973), ISBN 0-7167-0344-0.

[5] Robert M. Wald, *General Relativity*, Chicago University Press, ISBN 0-226-87033-2.

[6] Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*, Wiley (1972), ISBN 0-471-92567-5

[7] Bodanis, David (2001). *$E=mc^2$: A Biography of the World's Most Famous Equation*, Berkley Trade. ISBN 0-425-18164-2.

[8] Tipler, Paul; Llewellyn, Ralph (2002). *Modern Physics* (4th ed.), W. H. Freeman. ISBN 0-7167-4345-0.

[9] Girbau, J.: *"Geometria diferencial i relativitat"*, Ed. Universitat Autónoma de Catalunya, 1993. ISBM 84-7929-776-X

[10] *Serway, Raymond A.; Jewett, John W. (2004). Physics for Scientists and Engineers, 6th ed. edición, Brooks/Cole.* ISBN 0-534-40842-7.

[11] *Tipler, Paul (2004). Physics for Scientists and Engineers: Mechanics, Oscillations and Waves, Thermodynamics, 5th ed. edición, W. H. Freeman.* ISBN 0-7167-0809-4.

[12] *Tipler, Paul; Llewellyn, Ralph (2002). Modern Physics, 4th ed. edición, W. H. Freeman.* ISBN 0-7167-4345-0.

[13] School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews (2000). «Biography of Gaspard-Gustave de Coriolis (1792-1843)».

[14] *Oxford Dictionary*, Oxford Dictionary 1998.

5. REFERENCIAS GENERALES EN LA TEORÍA.

[1] http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_la_relatividad_general
[2] http://es.wikipedia.org/wiki/Atracci%C3%B3n_gravitatoria
[3] http://es.wikipedia.org/wiki/Gravedad_cu%C3%A1ntica
[4] http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_dos_cuerpos
[5] http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_tres_cuerpos
[6] *©2007 Heber Gabriel Pico Jiménez MD.*
[7] *©"Concepción dual del efecto Compton"2007*
[8] *©"Concepción dual del efecto fotoeléctrico"2007.*
[9] *©"Teoría del Todo"2007.*
[10] *©"Unidades duales de la contante de Plack"2007.*
[11] *©"Trayectoria dual de la luz"2007.*
[12] *©"Compton Inverso"2007.*
[13] *©"Quinta dimensión del espacio dual"2007.*
[14] *©"Compton Inverso y Reflexión Interna Total"2007*
[15] *http://personales.ya.com/casanchi/fis/ondacorpusculo01.pdf*
[16] *http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/dualidad-onda-coopusculo*
[17] *http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/unidades-duales-constante-planck*
[18] http://www.monografias.com/trabajos48/efecto-compton/efecto-compton.shtml
[19] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/efecto-compton
[20] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/efecto-fotoelectrico-dual
[21] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-doppler/transverso-oblicuo-de-broglie
[22] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-doppler/algebra-efecto-doppler
[23] http://www.textoscientificos.com/fisica/gravedad/cuantica-dual
[24] http://www.textoscientificos.com/fisica/gravedad/leyes-kepler-dual
[25] http://www.textoscientificos.com/fisica/constante-kepler-sub-pe
[26] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/gravedad-cuantica-dual/gravedad-cuantica-dual.pdf
[27] http://es.wikipedia.org/wiki/Leyes_de_Kepler
[28] http://www.textoscientificos.com/fisica/kepler-cuantico
[29] http://www.textoscientificos.com/fisica/formulacion-matematica-tercera-ley-kepler
[30] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/matematica-tercera-ley-kepler/matematica-tercera-ley-kepler.pdf
[31] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/sabor-color-constante-planck/sabor-color-constante-planck.pdf

[32] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/estructura-dual-nucleos-atomicos
[33] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/sabor-color-constante-planck
[34] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/estructura-dual-nucleos-atomicos/estructura-dual-nucleos-atomicos.shtml
[35] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/sabor-color-constante-planck/sabor-color-constante-planck.shtml
[36] http://www.alt64.org/wiki/index.php/L%C3%A1ser
[37] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/rayo-laser-dual
[38] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/helicidad-foton-laser/helicidad-foton-laser.pdf
[39] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/helicidad-foton-laser
[40] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/longitud-onda-movimiento-tierra-particula/longitud-onda-movimiento-tierra-particula.shtml
[41] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/masa-dual-vectorial/masa-dual-vectorial.shtml
[42] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/masa-dual-vectorial
[43] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/longitud-onda-asociada-planeta-tierra
[44] http://www.monografias.com/usuario/perfiles/pico_jimenez_heber_gabriel
[45] http://www.monografias.com/usuario/perfiles/pico_jimenez_heber_gabriel/monografias

Heber Gabriel Pico Jiménez MD. Médico Cirujano 1985 de la Universidad de Cartagena. Investigador independiente de problemas biofísicos médicos de la memoria y el aprendizaje entre ellos la enfermedad de Alzheimer.